●　はじめに

本書はこれから受験数学を勉強しようと思っている人向けの問題集です. 例年学生の諸君から「教科書や定期テストに出る問題ならなんとか解けるんだけど, いざ受験レベルの問題となると…」「大学入試で合否を分けるようなレベルの問題が解けないんですが, どうすればよいでしょうか？」などの相談, 質問が多数寄せられます. そこで教科書から受験数学にスムーズにステップアップでき, かつ受験で合格するための必要十分な知識を得られるような問題集があれば, 数学を苦手に思っている受験生のためになるのではないか.

そのような考えから執筆に至った前著「ここからはじめる受験数学 II・B」ですが、これを新たに書き換えたものが本書になります. 改訂にあたり, 「統計的な推測」を新たに加えました. また, 学習効果が上がるよう, いくつかの問題を追加・差し替えました. さらに, 数学 C の「平面上のベクトル」「空間のベクトル」は, 共通テストや 2 次試験で必要とする学生が多いことから, 利便性を考慮し本書に掲載しました. 必要に応じ, 取捨選択してください.

原稿を書くにあたって以下の点にとくに注意を払っています.

(ア)　教科書と受験数学のギャップを埋めるレベルの問題を中心に構成する.
(イ)　本問題集を勉強することによって最難関大を除く「すべての大学」の合格レベルに到達できるようにする. また最難関大についても, そのレベルに到達する一歩手前の問題までは十分にカバーする.
(ウ)　高校数学の全ての話題を網羅的に取り上げる.
(エ)　問題を解く上で必要となる「考え方」を細かく説明する.
(オ)　「別解」も可能な限りたくさん掲載する.
(カ)　問題の背景や数学的に興味深い内容などに積極的に触れる.

本書はさまざまな方のご協力のもと出版に至っています. まず執筆の段取り, 取りまとめをしてくださった駿台文庫編集部の加藤達也さん, 林拓実さん, 前橋桂介さん、三人に粘り強く助言, アドバイスをしていただいたおかげで本書は完成しました. 本当にありがとうございました. また駿台予備学校の吉原修一郎先生, 塩谷洋太先生, 牛久保智仁先生には問題, 解答に関して多くの助言をいただき, ときには華麗な別解も指摘していただきました. この場を借りて, 感謝申し上げます.

本書がこれから受験数学を学ぶ全ての学生の役に立つことを願います.

藤原　新

● 利用法

本書は「A 基礎問題」，「B 標準問題」の 2 段構成となっています．

「A 基礎問題」は高校の教科書や定期テストレベルの確認問題

「B 標準問題」は標準的な受験レベルの問題

で構成されています．

なお，特に重要な分野には「〜と応用」というセクションがあります．ここは全体的にやや難しめの問題で構成されているので，数学に苦手意識のある人，あるいはその単元を習ったばかりの人はあと回しでも構いません．

各問題には目標時間をつけています．これは大学受験で出題されたときに，これくらいの時間で解いてほしいという大まかな目安です．とりあえずこの時間内に解くことを目指し，解けなければ解答を読むというスタンスでよいでしょう．解けなかった問題にはチェックをつけておいて，時間をおいて再度チャレンジしてみて下さい．

これから受験勉強を本格的にはじめたい人，あるいは**まだ受験生ではないが教科書レベルの問題は十分に解けて，本格的に数学を勉強したいと思っている人**は，各セクションごとにまずは「A 基礎問題」に取り組み，次に「B 標準問題」に進むとよいでしょう．

基礎的な問題からまずは網羅したいという人は，「〜と応用」を除く「A 基礎問題」だけを先に解き進めましょう．全部で 120 題ありますので，1 日 4 題ずつ解いていけば 1 ヶ月で十分解き終えることができます．そのあとに「B 標準問題」，「〜と応用」のセクションの順で進めるとよいでしょう．

学校の進度と並行して進めたい人は，「〜と応用」を除く「A 基礎問題」を中心に取り組むとよいでしょう．十分に理解できていると思ったら，「B 標準問題」や「〜と応用」のセクションにもチャレンジしてみて下さい．

●　目次

※　カッコ内は解答編のページ番号

第１章　方程式・式と証明 …… 5(4)
・式と計算・複素数と方程式 …… 6(4)
・等式と不等式の証明 …… 11(20)
第２章　図形と方程式 …… 15(32)
・直線の方程式 …… 16(32)
・円の方程式 …… 18(39)
・軌跡と方程式 …… 20(47)
・不等式の表す領域 …… 22(55)
・図形と方程式と応用 …… 25(66)
第３章　三角関数 …… 27(74)
・三角関数 …… 28(74)
・加法定理 …… 29(77)
第４章　指数関数・対数関数 …… 33(92)
・指数関数 …… 34(92)
・対数関数 …… 36(97)
第５章　微分法 …… 39(107)
・微分係数と導関数・接線 …… 40(107)
・関数の値の変化と最大・最小 …… 42(112)
・方程式と不等式 …… 44(118)
・微分法と応用 …… 46(124)
第６章　積分法 …… 49(134)
・不定積分・定積分 …… 50(134)
・面積 …… 52(139)
・積分法と応用 …… 54(148)
第７章　数列 …… 57(154)
・等差数列と等比数列 …… 58(154)
・いろいろな数列 …… 60(159)
・数学的帰納法 …… 62(166)
・漸化式 …… 63(170)
・数列と応用 …… 66(182)

第８章　　平面上のベクトル　…………………………………………………… 71(193)
・平面上のベクトルとその演算…………………………………………… 72(193)
・ベクトルと平面図形　…………………………………………………… 75(200)
・平面ベクトルと応用　…………………………………………………… 78(211)
第９章　　空間のベクトル　……………………………………………………… 81(221)
・ベクトルと空間図形　…………………………………………………… 82(221)
・座標空間とベクトル　…………………………………………………… 85(227)
・空間ベクトルと応用　…………………………………………………… 87(233)
第１０章　統計的な推測　………………………………………………………… 89(241)
・確率分布　………………………………………………………………… 90(241)
・統計的な推測　…………………………………………………………… 92(245)

式と計算・複素数と方程式

[A : 基礎問題]

問題 1　目標時間 15 分

次の各問いに答えよ．

（1）　$(3x+y)^7$ の展開式において x^2y^5 の項の係数を求めよ．　（千葉工業大）

（2）　$\left(x-\dfrac{1}{2x^2}\right)^{12}$ の展開式において x^3 の係数と定数項を求めよ．（愛知工業大）

（3）　$(x^2+x+1)^6$ の展開式における x^6 の係数を求めよ．　（東京電機大）

問題 2　目標時間 10 分

（1）　a，b，c，d を定数とし，

$$a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d=2x^3-3x^2+x+4$$

がどのような x の値に対しても成り立つとする．このとき

$a=\boxed{}$，$b=\boxed{}$，$c=\boxed{}$，$d=\boxed{}$ である．　（大阪経済大）

（2）　$\dfrac{4}{x^4-1}=\dfrac{-2}{x^2+1}+\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{b}{x-1}$ が x についての恒等式となるとき，定数 a，b の値は $a=\boxed{}$，$b=\boxed{}$ である．　（立教大）

問題 3　目標時間 10 分

整式 $A=x^4-3x^3+7x^2-3x+8$ について，次の問いに答えよ．

（1）　A を x^2-4x+1 で割ったときの商と余りを求めよ．

（2）　$x=2+\sqrt{3}$ のとき，A の値を求めよ．

（昭和薬科大（改））

問題 4　目標時間 20 分

整式 $P(x)$ を $(x-1)^2$ で割ったときの余りが $4x-5$，$x+2$ で割ったときの余りが -4 である．

（1）　$P(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りを求めよ．

（2）　$P(x)$ を $(x-1)(x+2)$ で割ったときの余りを求めよ．

（3）　$P(x)$ を $(x-1)^2(x+2)$ で割ったときの余りを求めよ．

（山口大）

問題 5　目標時間 5 分

次の式を計算せよ．ただし i は虚数単位とする．

（１）　$(3-i)(4+5i)$

（２）　$(1+i)^4$

（３）　$\dfrac{1}{1+i}+\dfrac{1}{1-2i}$

（大阪経済大（改））

問題 6　目標時間 15 分

（１）　x，y を実数とし，i を虚数単位とする．次の式をみたす x，y を求めよ．

$(3-2i)(x+yi)=11-16i$　（上智大）

（２）　$z^2=4i$（i は虚数単位）をみたすような複素数 z をすべて求めよ．

問題 7　目標時間 15 分

（１）　2 次方程式 $3x^2-x-3=0$ の 2 つの解を α，β とする．このとき，$\alpha+\beta$，$\alpha\beta$，$\alpha^2+\beta^2$，$\alpha^3+\beta^3$ の値を求めよ．（久留米大）

（２）　2 次方程式 $x^2-3kx+k+15=0$ の 1 つの解が他の解の 2 倍であるとき，定数 k の値を求めよ．（高崎経済大）

（３）　$x^2+3x+3=0$ の 2 つの解を α，β とするとき，$\dfrac{\beta}{\alpha}$，$\dfrac{\alpha}{\beta}$ を解にもつ 2 次方程式を 1 つ作れ．

問題 8　目標時間 10 分

連立方程式 $\begin{cases} x^2+9xy+y^2=23 \\ x+y+xy=5 \end{cases}$ を解きなさい．

（大阪学院大）

問題 9　目標時間 15 分

実数を係数とする 2 次方程式 $x^2-2ax+a+6=0$ が，次の条件をみたすとき，定数 a の値の範囲を求めよ．

（１）　正の解と負の解をもつ．

（２）　異なる 2 つの負の解をもつ．

（３）　すべての解が 1 より大きい．

（鳥取大）

微分係数と導関数・接線

[A : 基礎問題]

問題 108　目標時間 10 分

（1）　$f(x)=x^3-3x^2+6x-9$ について，$\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=\boxed{}$ である．（大阪経済大）

（2）　次の関数を微分せよ．

（i）　$y=4x^3-x^2+x-1$

（ii）　$y=(x^2+x+1)(-x^2+3x)$

（iii）　$y=(x+1)^3$

（iv）　$y=(2x-3)^5$

問題 109　目標時間 15 分

（1）　曲線 $y=x^3-5x$ 上の点 $(2,\,-2)$ における接線の方程式を求めよ．

（2）　曲線 $y=x^3-5x$ の接線で，傾きが -2 であるものの方程式を求めよ．

（3）　点 $(-1,\,0)$ より曲線 $y=x^3$ へ引いた接線の方程式を求めよ．

（名城大）

[B: 標準問題]

問題 110　目標時間 10 分

$\displaystyle\lim_{x\to 3}\frac{ax^2+bx}{x-3}=12$ が成り立つとき，a，b の値を求めよ．

（桜美林大）

問題 111　目標時間 5 分

n を自然数とする．導関数の定義に従って関数 $f(x)=x^n$ を微分せよ．

ベクトルと空間図形

[A：基礎問題]

問題234　目標時間 10 分

平行六面体 OABC-DEFG において，三角形 ACD の重心を M とする．3 点 O，M，F が同一直線上にあることを示し，OM：MF を求めよ．

問題235　目標時間 15 分

四面体 ABCD において，線分 BD を 3：1 に内分する点を E，線分 CE を 2：3 に内分する点を F，線分 AF を 1：2 に内分する点を G，直線 DG が 3 点 A，B，C を含む平面と交わる点を H とする．$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ とおくとき

（1）　$\overrightarrow{\mathrm{AE}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ を用いて表せ．

（2）　$\overrightarrow{\mathrm{DH}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ を用いて表し，DG：GH を求めよ．

（大分大（改））

問題236　目標時間 15 分

四面体 OABC において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする．線分 OA を 2：1 に内分する点を P，線分 PB を 2：1 に内分する点を Q，線分 QC を 2：1 に内分する点を R，直線 OR と三角形 ABC との交点を S とする．このとき，次の問いに答えよ．

（1）　$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

（2）　$\overrightarrow{\mathrm{OS}}$ を，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

（3）　四面体 OABC の体積を V_1，四面体 OPQR の体積を V_2 とするとき，$\dfrac{V_2}{V_1}$ を求めよ．

（横浜国立大）

問題237　目標時間 15 分

一辺の長さが 1 の正四面体 OABC において，辺 AB を 1：2 に内分する点を P，辺 BC を 1：2 に内分する点を Q とする．このとき，次の問いに答えよ．

（1）　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を求めよ．

（2）　$\triangle$OPQ の面積 S を求めよ．

[B: 標準問題]

問題238　目標時間 20 分

四面体 OABC の辺 OA，BC，OC 上にそれぞれ点 P，Q，R を

$$\mathrm{OP}:\mathrm{PA}=1:1,\ \mathrm{BQ}:\mathrm{QC}=2:1,\ \mathrm{OR}:\mathrm{RC}=3:2$$

となるようにとる．いま，辺 AB 上に点 S をとり $\mathrm{AS}:\mathrm{SB}=u:(1-u)$ $(0<u<1)$ となるようにしたとき，直線 PQ と直線 RS は点 D で交わる．
$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおく．

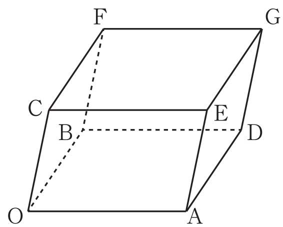
（1）　u の値を求めよ．また，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

（2）　直線 OD の延長と △ABC の交点を E とするとき，$\mathrm{OD}:\mathrm{OE}$ を求めよ．

（北九州市立大）

問題239　目標時間 25 分

平行六面体 OADB-CEGF において，辺 OA の中点を M，辺 AD を $2:3$ に内分する点を N，辺 DG を $1:2$ に内分する点を L とする．また，辺 OC を $k:(1-k)$ $(0<k<1)$ に内分する点を K とする．



（1）　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{MN}}$，$\overrightarrow{\mathrm{ML}}$，$\overrightarrow{\mathrm{MK}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

（2）　3 点 M，N，K の定める平面上に点 L があるとき，k の値を求めよ．

（3）　3 点 M，N，K の定める平面が辺 GF と交点をもつような k の値の範囲を求めよ．

（熊本大）

第１章　方程式・式と証明

●1　式と計算・複素数と方程式

問題 1

考え方　（二項定理）

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^{\boldsymbol{n}} = {}_n\mathrm{C}_0\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{n}} + {}_n\mathrm{C}_1\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{n}-1}\boldsymbol{b} + \cdots + {}_n\mathrm{C}_{n-1}\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^{\boldsymbol{n}-1} + {}_n\mathrm{C}_n\boldsymbol{b}^{\boldsymbol{n}}$$

本問では必要な項を取り出して計算すれば十分です．どの項を取り出せばよいかすぐにわからない場合（(２)や(３)）は，**一般項** ${}_n\mathrm{C}_r\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{n}-\boldsymbol{r}}\boldsymbol{b}^{\boldsymbol{r}}$ において指数がどうなるかを考えましょう（→**注意**）.

解答

（１）　$(3x+y)^7$ において $3x$ を２個，y を５個取り出してかけると x^2y^5 の項が出る．取り出し方の総数は ${}_7\mathrm{C}_2$ 通りあるから

$${}_7\mathrm{C}_2(3x)^2y^5 = 189x^2y^5$$

よって係数は **189** である．

（２）　$\left(x-\dfrac{1}{2x^2}\right)^{12}$ において x を a 個，$-\dfrac{1}{2x^2}$ を $12-a$ 個取り出すとする．このとき出てくる項は

$$\begin{aligned}&{}_{12}\mathrm{C}_a x^a\left(-\frac{1}{2x^2}\right)^{12-a}\\ &= {}_{12}\mathrm{C}_a\left(-\frac{1}{2}\right)^{12-a}x^{a-2(12-a)}\\ &= {}_{12}\mathrm{C}_a\left(-\frac{1}{2}\right)^{12-a}x^{3a-24}\end{aligned}$$

であり，これが x^3 の項となるとき

$$3a-24=3 \quad \therefore \quad a=9$$

よって x^3 の係数は

$${}_{12}\mathrm{C}_9\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{12-9} = \boldsymbol{-\frac{55}{2}}$$

また，定数項となるとき x の指数が０となるから

$$3a-24=0 \quad \therefore \quad a=8$$

よって定数項は

$${}_{12}\mathrm{C}_8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{12-8} = \boldsymbol{\frac{495}{16}}$$

（３）　$(x^2+x+1)^6$ において x^2 を a 個，x を b 個，１を $6-a-b$ 個取り出すとする．このとき出てくる項は

$$\begin{aligned}&{}_6\mathrm{C}_a\cdot{}_{6-a}\mathrm{C}_b(x^2)^a x^b\cdot 1^{6-a-b}\\ &= {}_6\mathrm{C}_a\cdot{}_{6-a}\mathrm{C}_b x^{2a+b}\end{aligned}$$

であり，これが x^6 の項となるとき

$$2a+b=6$$

これをみたす a，b の組は

$$(a, b)=(0, 6), (1, 4), (2, 2), (3, 0)$$

よって x^6 の係数は

$$\begin{aligned}&{}_6\mathrm{C}_0\cdot{}_6\mathrm{C}_6+{}_6\mathrm{C}_1\cdot{}_5\mathrm{C}_4+{}_6\mathrm{C}_2\cdot{}_4\mathrm{C}_2+{}_6\mathrm{C}_3\cdot{}_3\mathrm{C}_0\\ &=1+30+90+20=\mathbf{141}\end{aligned}$$

別解　（多項定理）

$(a+b+c)^n$ の**一般項**は $\boldsymbol{\dfrac{(p+q+r)!}{p!q!r!}a^pb^qc^r}$

（ただし $p+q+r=n$，$p, q, r \geqq 0$）

これを用いると（３）の**解答**は次のように書き換えられます．

（３）　${}_6\mathrm{C}_a\cdot{}_{6-a}\mathrm{C}_b = \dfrac{6!}{a!b!(6-a-b)!}$

注意　二項定理について例えば $(a+b)^5$ における a^3b^2 の係数が ${}_5\mathrm{C}_3$ となるのは次のように説明できます．

$$\begin{aligned}(a+b)^5 &= (a+b)(a+b)\\ &\quad\times(a+b)(a+b)(a+b)\end{aligned}$$

上の式を分配法則を用いて展開するとき，各々のカッコから a を３個，b を２個取り出してそれをかけると a^3b^2 が出てきます．ここでそのような取り出し方が何通りあるかを数えましょう．５つあるカッコのうちどのカッコから a を３個を取り出すかで ${}_5\mathrm{C}_3$ 通り，残りのカッコから b を２個取り出すのは１通りです．したがって a^3b^2 は ${}_5\mathrm{C}_3\cdot 1 = {}_5\mathrm{C}_3$ 個出てくることがわかり，a^3b^2 の係数は ${}_5\mathrm{C}_3$ です．

※もちろん b を２個取り出す組合せを考えて ${}_5\mathrm{C}_2$ としても同じことです．

第５章　微分法

●1　微分係数と導関数・接線

問題 108

考え方　（微分の基本公式）

n を自然数とし，$f(x)$，$g(x)$ を微分可能な関数としたとき

（ア）　$\boldsymbol{(f(x)+g(x))'=f'(x)+g'(x)}$

（イ）　$\boldsymbol{(kf(x))'=kf'(x)}$（$k$ は定数）

（ウ）　$\boldsymbol{(x^n)'=nx^{n-1}}$

が成り立ちます（(ウ) は **問題 111** で証明します）. これを用いることにより例えば

$$f(x)=x^3-3x^2+4$$

の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=(x^3)'-(3x^2)'+(4)'$$
$$=3x^2-3\cdot 2x+0=3x^2-6x$$

と計算することができます.

（２）(iii)(iv)　上の公式だけで微分しようとすると，式を展開する必要があり面倒です. そこで次の公式を用います.

（エ）　$\boldsymbol{(f(x)g(x))'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)}$

（オ）　$\boldsymbol{\{(x+p)^n\}'=n(x+p)^{n-1}}$

（カ）　$\boldsymbol{\{(ax+b)^n\}'=an(ax+b)^{n-1}}$

（エ）は**積の微分の公式**,（オ),（カ）は**合成関数の微分の公式**の特別な場合で，ともに数学 III で習う公式ですが，便利なので使えるようにしておきましょう.

※公式（カ）では x の係数 a をかけるのを忘れないように注意！

解答

（１）　$f(x)=x^3-3x^2+6x-9$ より

$$f(3+h)=(3+h)^3-3(3+h)^2+6(3+h)-9$$
$$=h^3+6h^2+15h+9$$

また $f(3)=9$ より

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{h^3+6h^2+15h}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}(h^2+6h+15)=\mathbf{15}$$

（２）(ｉ)　$y=4x^3-x^2+x-1$ より

$$\boldsymbol{y'}=4\cdot 3x^2-2x+1$$
$$\boldsymbol{=12x^2-2x+1}$$

（ii）　$y=(x^2+x+1)(-x^2+3x)$ より

$$\boldsymbol{y'}=(2x+1)(-x^2+3x)+(x^2+x+1)(-2x+3)$$
$$=(-2x^3+5x^2+3x)+(-2x^3+x^2+x+3)$$
$$\boldsymbol{=-4x^3+6x^2+4x+3}$$

（iii）　$y=(x+1)^3$ より

$$\boldsymbol{y'=3(x+1)^2}$$

（iv）　$y=(2x-3)^5$ より

$$\boldsymbol{y'}=2\cdot 5(2x-3)^4$$
$$\boldsymbol{=10(2x-3)^4}$$

別解

（１）　求める値は $f(x)$ の $x=3$ における微分係数（$f'(3)$ の値のこと，微分係数については **問題 111** も参照）ですから，次のように計算することもできます.

$f(x)=x^3-3x^2+6x-9$ より

$$f'(x)=3x^2-6x+6$$

よって

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=f'(3)=\mathbf{15}$$

（２）(ii)　一旦展開してから微分する.

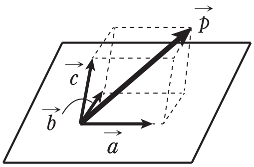
$$y=-x^4+2x^3+2x^2+3x$$
$$\boldsymbol{y'=-4x^3+6x^2+4x+3}$$

第９章　空間のベクトル

●1　ベクトルと空間図形

問題234

考え方　空間内にある任意のベクトルは３つの１次独立なベクトル（→**注意**）を用いて，ただ一通りに表すことができます．この３つのベクトルを空間における**基底**といいます．



$\vec{p}$ を１次独立な３つのベクトル
$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて

$$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$$

と表せる．

空間ベクトルでも基本的に平面ベクトルと同様の計算法則が成り立ちます．本問では共線条件（問題**206** を参照）を利用するとよいでしょう．
なお平行六面体の図は，直方体だと思ってかいてしまって構いません．

解答

点 M は △ACD の重心だから

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}}{3}$$

また

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OF}}&=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BF}}\\&=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}\end{aligned}$$

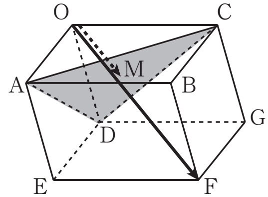
と表せるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OF}}=3\overrightarrow{\mathrm{OM}}$$

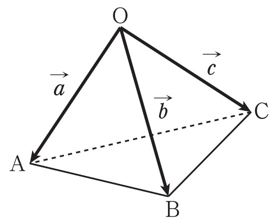
が成り立つ．したがって３点 O，M，F は同一直線上にある．また

$$\mathbf{OM:MF=1:2}$$

である．



注意　**空間上の３つのベクトルが $\vec{0}$ ではなく，かつ３つのベクトルすべてに平行な平面は存在しない**とき，３つのベクトルは１次独立であるといいます．次図のような３つのベクトルが四面体をつくる図をイメージするとよいでしょう．平面ベクトルのときと同様，このとき対応するベクトルの係数を比較することができます．



問題235

考え方

（２）　$\overrightarrow{\mathrm{AH}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ で表したとき，点 H は平面 ABC 上にあることから，$\vec{d}$ の係数は０になります．

解答

（１）　$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{3}{4}\vec{d}}$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{AF}}}&=\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{AE}}\\&=\frac{3}{5}\vec{c}+\frac{2}{5}\left(\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{3}{4}\vec{d}\right)\\&=\boldsymbol{\frac{1}{10}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}+\frac{3}{10}\vec{d}}\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{AG}}}=\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\boldsymbol{\frac{1}{30}\vec{b}+\frac{1}{5}\vec{c}+\frac{1}{10}\vec{d}}$$

（２）　点 H は直線 DG 上にあるから，実