

はじめに

本書のねらい

本書は、大学入試を熟知した駿台予備学校数学科の講師が、「大学入学共通テスト」の対策として、大学入学共通テストの問題作成方針である、「知識の理解の質を問う問題や、思考力、判断力、表現力を発揮して解くことが求められる問題を重視」して作成した、59のオリジナル問題を収録しています。

1 単元別オリジナル問題で対策は万全

大学入学共通テストは出題範囲が広く、計算量も少なくありません。本書に収録したオリジナル問題により、広い出題内容を十分に理解して応用する実力を修得し、質と量を兼ね備えたトレーニングを効率的に行うことができます。

2 問題を解くスピードを身につける

大学入学共通テスト本番で実力を得点に結びつけるには、問題を解く速さも重要です。本書では、問題ごとに目標解答時間を12分・15分・18分の3通りに設定し表示しました。

問題編の特長

3段階の難易度表示／難易度順の問題

本書は、大学入学共通テストにおける平均正答率を6割と仮定し、この正答率6割を基準にレベル設定をしました。

また、学習効果を考えて、各単元ごとにおおむねやや易い問題からやや難しい問題の順に配列し、難易度は問題番号の右に★の個数で次のように表示しました。

★：やや易、★★：標準、★★★：やや難

解答編、解説編の特長

「自己採点ができるよう」「公式・定理がすぐに思い出せるよう」「計算経過がわかるよう」、特に次のような配慮をしました。

1 各大問は20点満点とし、小問の配点を明らかにした（解答編）

問題の難易度は3段階ありますが、まずは★★印のある問題で確実に6割得点できるよう頑張ってください。

2 巻末に「重要事項総チェック」（解答編）

☐を付しましたので、重要な定理・公式の総チェックを効率的に行うことができます。

3 解答への道筋がわかる（解説編）

解説中の随所に▶I-1-(4)などとして、重要事項総チェックの番号を記し、すぐに参照できるようにしました。



はじめに

解答上の注意 5

数学 I (39 題)

数と式 (6 題)	6
集合と命題 (8 題)	14
2 次関数 (8 題)	26
図形と計量 (8 題)	40
データの分析 (9 題)	52

数学 A (20 題)

場合の数と確率 (10 題)	76
図形の性質 (10 題)	94

三角比の表 巻末

解答上の注意

- 問題の文中の , などには、符号(－)又は数字(0～9)が入ります。
ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。

- 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えます。

また、それ以上約分できない形で答えます。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

- 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えます。また、必要に応じて、指定された桁まで0を入れて答えます。

例えば、 . に 2.5 と答えたいときには、2.50 として答えます。

- 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えます。

例えば、 $\sqrt{\text{サ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

- 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に

$\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

- 問題の文中の二重四角で表記された などには、選択肢から一つを選んで、答えます。

- 同一の問題文中に , などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、 , のように細字で表記します。

数学Ⅰ 数と式

1★

〈目標解答時間：12分〉

- (1) 太郎さんと花子さんのクラスでは、数学の授業で先生から次のような問題が出された。

問1 $a = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}, b = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ とする。

$\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ の値を求めなさい。

太郎：まず、分母から計算しよう。 a と b の値を代入すると

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}+\sqrt{\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}}$$

となるね。これは大変そうだな。

花子：いきなり数値を代入したら、複雑な形になってしまうよ。まず $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ の分母を有理化してみよう。

- (i) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ の分母を有理化するためには、分母と分子に ア を掛けるとよ

い。このとき、 $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ となる。

ア の解答群

- | | | |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| ① $-\sqrt{a}-\sqrt{b}$ | ② $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ | ③ $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ |
| ④ $-\sqrt{ab}$ | ⑤ $\sqrt{ab}$ | |

イ, ウ の解答群

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| ① $-a-b$ | ② $a-b$ | ③ $a+b$ | ④ ab |
| ⑤ $a+b+2\sqrt{ab}$ | ⑥ $a-b+2\sqrt{ab}$ | ⑦ $a+b-2\sqrt{ab}$ | ⑧ $a-b-2\sqrt{ab}$ |

(次ページに続く。)

$$(ii) \quad a+b=\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}, \quad a-b=\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}, \quad ab=\boxed{\text{ク}}$$

であることより

$$\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}-\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

- (2) 問1で正しい答を出した太郎さんと花子さんに、先生からさらに次のような問題が出された。

問2 $a=\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ とし、 a の小数部分を t とする。このとき t^2+6t と $\frac{10}{t^2+6t+2}$ の値を求めなさい。

太郎： a の整数部分を考えたらいかな。

花子：そうすると t の値はわかるけど、 t^2 の値を計算するのは少し面倒な気がするよ。

太郎： $t^2+6t=t(t+6)$ と変形した式に t の値を代入したら、少し楽な計算になるかもね。

a の整数部分は $\boxed{\text{シ}}$ であり

$$t^2+6t=\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}-\boxed{\text{ソ}}$$

であることから

$$\frac{10}{t^2+6t+2}=\sqrt{\boxed{\text{タ}}}+\boxed{\text{チ}}$$

と求めることができる。

2★★

〈目標解答時間：12分〉

$a=8-2\sqrt{15}$, $b=5+2\sqrt{6}$ とする。

(1) $\sqrt{2}a+\sqrt{5}b=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}+\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$

であり

$$\frac{3}{\sqrt{2}a+\sqrt{5}b}=\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}-\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ア}}>\boxed{\text{ウ}}$ とする。

$$\left(\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}\right)^2=\boxed{\text{ケコサ}} \text{ であることより, } k<\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}<k+1$$

を満たす整数 k は $\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ も同様に考えることにより

$$n<\frac{3}{\sqrt{2}a+\sqrt{5}b}<n+1 \text{ を満たす整数 } n \text{ は } \boxed{\text{ス}}$$

$$m<\frac{30}{\sqrt{2}a+\sqrt{5}b}<m+1 \text{ を満たす整数 } m \text{ は } \boxed{\text{セ}}$$

である。

このとき $\frac{m}{n+3}$ は $\boxed{\text{ソ}}$ であり, $\frac{(n-1)^2}{m+7}$ は $\boxed{\text{タ}}$ である。

$\boxed{\text{シ}} \sim \boxed{\text{セ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|
| ① 0 | ② 1 | ③ 2 | ④ 3 | ⑤ 10 | ⑥ 11 | ⑦ 12 | ⑧ 13 |
|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|

$\boxed{\text{ソ}}$, $\boxed{\text{タ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|------|--------|--------|-------------|
| ① 整数 | ② 有限小数 | ③ 循環小数 | ④ 循環しない無限小数 |
|------|--------|--------|-------------|

(次ページに続く。)

(2) $\sqrt{a}$ と $\sqrt{b}$ の値を求めよう。

$$\sqrt{a} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

とおく。ただし、 $x > y > 0$ とする。両辺を 2 乗すると

$$a = x + y - 2\sqrt{xy}$$

となり、和が 8、積が 15 の 2 数 x, y を考えて

$$\sqrt{a} = \sqrt{\boxed{\text{チ}}} - \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。同様にして

$$\sqrt{b} = \sqrt{\boxed{\text{テ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}}}$$

となり

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{\boxed{\text{ナ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{テ}} > \boxed{\text{ト}}$ ， $\boxed{\text{ナ}} > \boxed{\text{ニ}}$ とする。

(3) 不等式 $\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} x > 2\sqrt{3}x + 3$ ……① の解を求めよう。

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \boxed{\text{ヌ}} 0$$

であるから

$$\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \boxed{\text{ネ}}$$

である。よって、①の解は

$$x \boxed{\text{ノ}} - \sqrt{\boxed{\text{ハ}}} - \sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ハ}} > \boxed{\text{ヒ}}$ とする。

$\boxed{\text{ヌ}}$ ， $\boxed{\text{ノ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① < ① >

$\boxed{\text{ネ}}$ の解答群

① $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ① $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ② $-\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ③ $-\sqrt{a} - \sqrt{b}$

数学 A 場合の数と確率

40★

〈目標解答時間：15 分〉

太郎さんと花子さんは駅前を歩いている途中で受け取ったパンのお店のチラシについて話している。以下では、同じ種類のパンどうしは区別がつかないものとする。

太郎：駅ビルに新しくオープンしたパンのお店のチラシだね。

花子：このチラシを持っていくと、店内のパンが 3 個 100 円で買えるらしいよ。

太郎：すぐ近くのようなから行ってみようか。メロンパン・クリームパン・ドーナツ・あんデニッシュ・オレンジパイ・カレーパン・ピザパン・コロケパンの 8 種類の中から 3 個選ぶだね。

花子：どれも美味しそうだから 3 個とも違う種類のパンを選びたいな。

太郎：その選び方は異なる 8 個のものから異なる 3 個を取り出して作る組合せを考えたらいいいね。

花子：太郎さんは必ずカレーパンは選ぶよね。その選び方は何通りかな。

太郎：場合分けをして考えてみよう。

- (1) 異なる 8 種類のパンから異なる 3 個を選ぶ選び方は全部で アイ 通りある。
- (2) 花子さんは家のおみやげにメロンパン・クリームパン・ドーナツ・あんデニッシュ・オレンジパイの甘いパンの中から異なる種類のパンを 2 個、カレーパン・ピザパン・コロケパンの中から 1 個選ぼうと思っている。その選び方は ウエ 通りある。
- (3) カレーパンが好きな太郎さんのために 8 種類のパンの中から 3 個選ぶとき、少なくとも 1 個はカレーパンを選ぶ選び方の総数を求めよう。ただし、同じ種類のパンを複数個選んでもよいものとする。

3 個ともカレーパンを選ぶ選び方は 1 通り。カレーパンが 2 個で残りの 1 個はカレーパン以外を選ぶ選び方は オ 通り。1 個だけカレーパンを選ぶ選び方は、残りの 2 個がカレーパン以外で異なる種類か同じ種類かであることを考えて カキ 通り。したがって、少なくとも 1 個はカレーパンを選ぶ選び方の総数は クケ 通りある。

(次ページに続く。)

目的のパンのお店の近くまでやってきた2人に、新たに別のパンのお店のチラシが配られた。

花子：あれ、こっちのお店はクロワッサンが5個で100円だって。

太郎：プレーン味とチョコ味とストロベリー味の3種類があるんだね。全部で何通りの選び方があるのか考えてみよう。

花子：プレーン味とチョコ味とストロベリー味をそれぞれP, C, Sとして、例えば、プレーン味3個, チョコ味1個, ストロベリー味1個をPPPCS, プレーン味2個, チョコ味2個, ストロベリー味1個をPPCCSと表して全部の場合を数え上げてみようか。あれれ、思っていたより数えにくいな。

太郎：そう言えばこの間の数学の授業で「仕切りを入れる」という考え方を教わったね。

花子：例えば、PPPCSは○○○|○|○, PPCCSは○○|○○|○と対応させるという考え方だね。

太郎：PPPCは○○○|○○|, PPPPは○○○○○| |と対応させればいいんだね。

花子：そうすると、3種類のP, C, Sから重複を許して5個取る組合せと、
(a) 5個の○と2個の|の順列が一つずつ対応するよ。

(4) 下線部(a)の総数を求める方法として、次の①～⑤のうち、正しいものは と と である。

～ の解答群(解答の順序は問わない。)

- ① 7個の場所から5個の区別のついた○の場所を選ぶ。
- ② 7個の場所から5個の区別のつかない○の場所を選ぶ。
- ③ 7個の場所から2個の区別のついた|の場所を選ぶ。
- ④ 7個の場所から2個の区別のつかない|の場所を選ぶ。
- ⑤ 5個の区別のついた○と2個の区別のついた|を一行に並べる。
- ⑥ 5個の区別のつかない○と2個の区別のつかない|を一行に並べる。

(5) 3種類のクロワッサンから5個を選ぶ選び方は全部で 通りある。

また、どの種類のクロワッサンも少なくとも1個選んで5個選ぶ選び方は

通りある。

解 答

各大問は 20 点満点。

1

解答記号 (配点)	正 解	
ア (1)	①	
イ (2)	⑥	
ウ (2)	①	
エ $\sqrt{\text{オ}}$ (2)	$2\sqrt{3}$	
カ $\sqrt{\text{キ}}$ (2)	$2\sqrt{2}$	
ク (2)	1	
$\sqrt{\text{ケ}} - \sqrt{\text{コ}}$ サ (2)	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$	
シ (2)	3	
ス $\sqrt{\text{セ}} - \text{ソ}$ (2)	$2\sqrt{6}-4$	
$\sqrt{\text{タ}} + \text{チ}$ (3)	$\sqrt{6}+1$	
計		点

2

解答記号 (配点)	正 解	
ア $\sqrt{\text{イ}} + \text{ウ}$ $\sqrt{\text{エ}}$ (2)	$8\sqrt{2}+5\sqrt{5}$	
オ $\sqrt{\text{カ}} - \text{キ}$ $\sqrt{\text{ク}}$ (2)	$8\sqrt{2}-5\sqrt{5}$	
ケコサ (1)	128	
シ (1)	⑤	
ス (1)	⑦	
セ (1)	①	
ソ (1)	②	
タ (1)	①	
$\sqrt{\text{チ}} - \sqrt{\text{ツ}}$ (2)	$\sqrt{5}-\sqrt{3}$	
$\sqrt{\text{テ}} + \sqrt{\text{ト}}$ (2)	$\sqrt{3}+\sqrt{2}$	
$\sqrt{\text{ナ}} + \sqrt{\text{ニ}}$ (1)	$\sqrt{5}+\sqrt{2}$	
ヌ (1)	⑦	
ネ (1)	②	
ノ (1)	⑦	
$-\sqrt{\text{ハ}} - \sqrt{\text{ヒ}}$ (2)	$-\sqrt{5}-\sqrt{2}$	
計		点

1

(1)(i) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ の分母を有理化するためには、分母と分子

に $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ (①) を掛けて

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} &= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} && (\blacktriangleright \text{I-1-(2)}) \\ &= \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{a-b} \quad \left(\frac{\textcircled{6}}{\textcircled{0}} \right)\end{aligned}$$

$$(ii) \quad a = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

より

$$a+b=(\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})$$

$$=2\sqrt{3}$$

$$a-b=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})$$

$$=2\sqrt{2}$$

$$ab=(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=3-2$$

$$=1$$

したがって

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} &= \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{a-b} \\ &= \frac{2\sqrt{3}-2\cdot 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} && (\blacktriangleright \text{I-1-(2)})\end{aligned}$$

(2) $1.7<\sqrt{3}<1.8$, $1.4<\sqrt{2}<1.5$ であるから、

$3.1<\sqrt{3}+\sqrt{2}<3.3$ であり、 $a=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ の整数部分は 3

(注) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=5+2\sqrt{6}$

$$2\sqrt{6}=\sqrt{24}, \quad 4<\sqrt{24}<5 \text{ より}$$

$$9<(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2<10$$

$$3<\sqrt{3}+\sqrt{2}<\sqrt{10}<4$$

よって、 $a=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ の整数部分は 3

$t=\sqrt{3}+\sqrt{2}-3$ であるから

$$t^2+6t=t(t+6)$$

$$=(\sqrt{3}+\sqrt{2}-3)(\sqrt{3}+\sqrt{2}+3)$$

$$=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-9=5+2\sqrt{6}-9$$

$$=2\sqrt{6}-4$$

$$\frac{10}{t^2+6t+2} = \frac{10}{2\sqrt{6}-2} = \frac{5}{\sqrt{6}-1}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{5(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)} \\ &= \sqrt{6}+1\end{aligned}$$

2

$$(1) \quad \sqrt{2}a+\sqrt{5}b=\sqrt{2}(8-2\sqrt{15})+\sqrt{5}(5+2\sqrt{6})$$

$$=8\sqrt{2}+5\sqrt{5} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}a+\sqrt{5}b} = \frac{3}{8\sqrt{2}+5\sqrt{5}} \quad (\blacktriangleright \text{I-1-(2)})$$

$$= \frac{3(8\sqrt{2}-5\sqrt{5})}{(8\sqrt{2}+5\sqrt{5})(8\sqrt{2}-5\sqrt{5})}$$

$$= \frac{3(8\sqrt{2}-5\sqrt{5})}{(8\sqrt{2})^2-(5\sqrt{5})^2}$$

$$=8\sqrt{2}-5\sqrt{5}$$

$(8\sqrt{2})^2=128$ であり、 $11^2=121$, $12^2=144$ であるから

$$11<8\sqrt{2}<12$$

よって、 $k<8\sqrt{2}<k+1$ を満たす整数 k は

$$k=11 \quad (\textcircled{5})$$

同様に $(5\sqrt{5})^2=125$ であることより

$$11<5\sqrt{5}<8\sqrt{2}<12 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

ゆえに

$$0<8\sqrt{2}-5\sqrt{5}<1$$

よって

$$0<\frac{3}{\sqrt{2}a+\sqrt{5}b}<1$$

であり

$$n<\frac{3}{\sqrt{2}a+\sqrt{5}b}<n+1$$

を満たす整数 n は 0 である。(⑩)

また、①、②より

$$\frac{30}{12+12} < \frac{30}{\sqrt{2}a+\sqrt{5}b} < \frac{30}{11+11}$$

であるから

$$1 < \frac{30}{\sqrt{2}a+\sqrt{5}b} < 2$$

であり

$$m < \frac{30}{\sqrt{2}a+\sqrt{5}b} < m+1$$

を満たす整数 m は 1 である。(⑪)

このとき

$$\frac{m}{n+3} = \frac{1}{3} = 0.33\dots = 0.\dot{3}$$

より $\frac{m}{n+3}$ は循環小数である。(⑫)

また

$$\frac{(n-1)^2}{m+7} = \frac{1}{8} = 0.125$$

より $\frac{(n-1)^2}{m+7}$ は有限小数である。⑩

$$(2) \quad x+y=8, \quad xy=15$$

$x>y>0$ より

$$x=5, \quad y=3$$

よって

$$\sqrt{a} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

次に, $\sqrt{b} = \sqrt{z} + \sqrt{w}$ ($z>w$) とおくと

$$b = z + w + 2\sqrt{zw}$$

であり, $z+w=5$, $zw=6$ を満たす 2 数は

$$z=3, \quad w=2$$

よって

$$\sqrt{b} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

したがって

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$(3) \quad \sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{5} - (2\sqrt{3} + \sqrt{2}) < 0 \quad \text{⑩}$$

であることより

$$\begin{aligned} \sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} &= |\sqrt{a} - \sqrt{b}| \\ &= -(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \\ &= -\sqrt{a} + \sqrt{b} \quad \text{⑫} \\ &= 2\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5} \end{aligned}$$

①の解は

$$(2\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})x > 2\sqrt{3}x + 3$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})x < -3$$

$$x < \frac{-3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$x < -\sqrt{5} - \sqrt{2} \quad \text{⑬}$$

3

(1) $a>0$ であるから, $|2x-1|=a$ より

$$2x-1 = \pm a \quad (\blacktriangleright \text{I-1-(5)})$$

よって

$$x = \frac{1 \pm a}{2} = \frac{1+a}{2}, \quad \frac{1-a}{2}$$

(2) 2つの方程式を

$$2|2x-1|-1 = x - \frac{1}{3} \quad \dots\dots \text{①}$$

$$2|2x-1|-1 = -\left(x - \frac{1}{3}\right) \quad \dots\dots \text{②}$$

とおく。

・ $x \geq \frac{1}{2}$ のとき, $|2x-1|=2x-1$ であるから

$$\text{①より} \quad 2(2x-1)-1 = x - \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{8}{9} \quad \left(x \geq \frac{1}{2} \text{ を満たす}\right)$$

$$\text{②より} \quad 2(2x-1)-1 = -x + \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{2}{3} \quad \left(x \geq \frac{1}{2} \text{ を満たす}\right)$$

・ $x < \frac{1}{2}$ のとき, $|2x-1| = -2x+1$ であるから

$$\text{①より} \quad 2(-2x+1)-1 = x - \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{4}{15} \quad \left(x < \frac{1}{2} \text{ を満たす}\right)$$

$$\text{②より} \quad 2(-2x+1)-1 = -x + \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{2}{9} \quad \left(x < \frac{1}{2} \text{ を満たす}\right)$$

以上より

$$\text{①の解は} \quad x = \frac{8}{9}, \quad \frac{4}{15}$$

$$\text{②の解は} \quad x = \frac{2}{3}, \quad \frac{2}{9}$$

よって

$$|2|2x-1|-1| = x - \frac{1}{3} \quad \dots\dots \text{③}$$

とおくと, ③の左辺 ≥ 0 より

$$(\text{③の右辺}) = x - \frac{1}{3} \geq 0$$

であるから

$$x \geq \frac{1}{3} \quad \dots\dots \text{④}$$

このとき, ③は

$$2|2x-1|-1 = \pm \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

すなわち, ①または②であるから, α, β の値は

$$\frac{8}{9}, \quad \frac{4}{15}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{2}{9}$$

のいずれかである。このうち, ④を満たすものを求めて

$\alpha > \beta$ より

$$\alpha = \frac{8}{9} \quad \text{⑩}, \quad \beta = \frac{2}{3} \quad \text{⑫}$$

4

(1) ・ $x < -1$ のとき, $x+1 < 0$, $x-3 < 0$ より

$$f(x) = -2(x+1) + (x-3) = -x-5 \quad \text{⑬}$$

($\blacktriangleright$ I-1-(1))

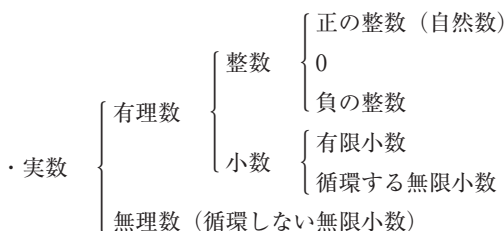
・ $-1 \leq x < 3$ のとき, $x+1 \geq 0$, $x-3 < 0$ より

重要事項総チェック

数 学 I

1. 数と式

□ I-1-(1) 実数



(注) 有理数は $\frac{n}{m}$ (m, n は整数, $m \neq 0$) で表せる

が, 無理数は表せない。

有理数の和, 差, 積, 商は有理数である。

実数の和, 差, 積, 商は実数である。

(いずれも, 0 で割ることは除く)

無理数の和, 差, 積, 商は無理数とは限らない。

・ p, q を有理数, α を無理数とすると

$$p + q\alpha = 0 \iff p = q = 0$$

・ 循環小数

$x = 0.\dot{1}\dot{5}$ とすると

$$\begin{array}{r} 100x = 15.1515\cdots \\ -) \quad x = 0.1515\cdots \\ \hline 99x = 15 \\ x = \frac{15}{99} = \frac{5}{33} \end{array}$$

・ 既約分数を小数で表したときに有限小数になるものは, 分母の素因数が 2 と 5 だけのものに限られる。

・ 絶対値

$a \geq 0$ のとき $|a| = a$, $a < 0$ のとき $|a| = -a$

□ I-1-(2) 平方根

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

・ $a > 0, b > 0, c > 0$ のとき

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \quad \sqrt{c^2a} = c\sqrt{a}$$

・ 分母の有理化

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}, \quad \frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a - b} \quad (\text{複号同順})$$

・ 2 重根号

$$a > 0, b > 0 \text{ のとき } \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$a > b > 0 \text{ のとき } \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

□ I-1-(3) 整式の計算

・ 指数法則 (m, n を正の整数とする)

$$a^m a^n = a^{m+n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}, \quad (ab)^n = a^n b^n$$

・ 交換法則 $A+B=B+A, AB=BA$

結合法則 $(A+B)+C=A+(B+C)$

$$(AB)C=A(BC)$$

分配法則 $A(B+C)=AB+AC$

$$(A+B)C=AC+BC$$

□ I-1-(4) 乗法の公式 (展開・因数分解)

・ 以下の各式において

左辺から右辺への変形が, 展開

右辺から左辺への変形が, 因数分解

である (すべて複号同順)。

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab)$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

(注) 単に公式を覚えるだけでなく, どのように利用するかがたいせつ。たとえば, 次の手段などは有効。

「式の一部をまとめる」「一つの文字に注目する」

三角比の表

角	正弦(sin)	余弦(cos)	正接(tan)	角	正弦(sin)	余弦(cos)	正接(tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	—