は　じ　め　に

本書のねらい

本書は，大学入試を熟知した駿台予備学校数学科の講師が，「大学入学共通テスト」の対策として，大学入学共通テストの問題作成方針である，「知識の理解の質を問う問題や，思考力，判断力，表現力を発揮して解くことが求められる問題を重視」して作成した，83のオリジナル問題を収録しています。

1　単元別オリジナル問題で対策は万全

大学入学共通テストは出題範囲が広く，計算量も少なくありません。本書に収録したオリジナル問題により，広い出題内容を十分に理解して応用する実力を修得し，質と量を兼ね備えたトレーニングを効率的に行うことができます。

2　問題を解くスピードを身につける

大学入学共通テスト本番で実力を得点に結びつけるには，問題を解く速さも重要です。本書では，**問題ごとに目標解答時間を 10 分・12 分・15 分・18 分の 4 通りに設定し表**示しました。

問題編の特長

3 段階の難易度表示／難易度順の問題

本書は，大学入学共通テストにおける平均正答率を６割と仮定し，この正答率６割を基準にレベル設定をしました。

また，学習効果を考えて，各単元ごとにおおむねやや易しい問題からやや難しい問題の順に配列し，難易度は問題番号の右に★の個数で次のように表示しました。

★：やや易，　★★：標準，　★★★：やや難

解答編，解説編の特長

「自己採点ができるよう」「公式・定理がすぐに思い出せるよう」「計算経過がわかるよう」，特に次のような配慮をしました。

1　各大問は 20 点満点とし，小問の配点を明らかにした（解答編）

問題の難易度は３段階ありますが，**まずは★★印のある問題で確実に 6 割得点**できるよう頑張ってください。

2　巻末に「重要事項総チェック」（解答編）

⧄を付しましたので，重要な定理・公式の総チェックを効率的に行うことができます。

3　解答への道筋がわかる（解説編）

解説中の随所に ▶Ⅱ-１-(4) などとして，重要事項総チェックの番号を記し，すぐに参照できるようにしました。

◇◆◇目　次◇◆◇

はじめに
解答上の注意 ………… 5

数学Ⅱ（38 題）
いろいろな式（4 題） ………… 6
図形と方程式（6 題） ………… 14
三角関数（8 題） ………… 22
指数関数・対数関数（8 題） ………… 34
微分・積分の考え（12 題） ………… 44

数学 B（20 題）
数　　列（12 題） ………… 68
統計的な推測（8 題） ………… 88

数学 C（25 題）
ベクトル（13 題） ………… 104
平面上の曲線と複素数平面（12 題） ………… 124

常用対数表 ………… 148
正規分布表 ………… 149

解答上の注意

- 問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，符号(－)又は数字(0 ～ 9)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。
- 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

  例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えます。

  また，それ以上約分できない形で答えます。

  例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。
- 小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えます。また，必要に応じて，指定された桁まで 0 を入れて答えます。

  例えば，$\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$ に 2.5 と答えたいときには，2.50 として答えます。
- 根号を含む形で解答する場合, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えます。

  例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。
- 根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。
- 問題の文中の二重四角で表記された $\boxed{\boxed{\text{タ}}}$ などには，選択肢から一つを選んで，答えます。
- 同一の問題文中に $\boxed{\text{チツ}}$，$\boxed{\boxed{\text{テ}}}$ などが 2 度以上現れる場合，原則として，2 度目以降は，$\boxed{\text{チツ}}$，$\boxed{\boxed{\text{テ}}}$ のように細字で表記します。

数学Ⅱ　いろいろな式

1★

〈目標解答時間：15分〉

〔1〕 a，b を実数の定数とする。

x の二つの2次方程式

$x^2+6x+a+3=0$　………①

$2x^2+ax+b=0$　………②

を考える。

①が重解をもち，かつ②が虚数解をもつ条件は

$a=\boxed{\text{ア}}$，　$b>\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$

であり，このとき

①の重解は $x=\boxed{\text{エオ}}$

②の虚数解は $x=\dfrac{\boxed{\text{カキ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{ク}}\,b-\boxed{\text{ケ}}}\,i}{\boxed{\text{コ}}}$

である。

②の虚数解の一つを α とする。α^3 が実数であるとき，$b=\boxed{\text{サシ}}$ である。

（次ページに続く。）

〔2〕 $P(x)$ は3次の整式であり，$P(x)$ を $x+1$，$x-2$ で割ったときの余りはそれぞれ13，4である。

(1) $P(x)$ を2次式で割ったときの商は $\boxed{\text{ス}}$ であり，余りは $\boxed{\text{セ}}$ または $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\boxed{\text{ス}}$ ～ $\boxed{\text{ソ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。また，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ソ}}$ の解答の順序は問わない。)

⓪	2次式
①	1次式
②	定数

(2) $P(x)$ を x^2-x-2 で割ったときの余りは $\boxed{\text{タチ}}\,x+\boxed{\text{ツテ}}$ である。

さらに $P(x)$ の x^3 の係数が1であり，かつ3次方程式 $P(x)=0$ が -2 を解にもつとすると

$$P(x)=x^3-\boxed{\text{ト}}\,x^2-\boxed{\text{ナ}}\,x+\boxed{\text{ニヌ}}$$

である。$P(x)=0$ の -2 以外の解を α，β とすると

$$\alpha+\beta=\boxed{\text{ネ}},\quad \alpha\beta=\boxed{\text{ノ}}$$

であり

$$\alpha^3+\beta^3=\boxed{\text{ハヒ}}$$

である。

2★★

〈目標解答時間：15分〉

先生から次のような**問題**が出された。

> **問題**　a，b を実数とする。3 次方程式 $x^3+ax^2+bx-10=0$ ……① が虚数 $2+i$ を解にもつとき，a，b の値と実数解を求めよ。

(1)　太郎さんと花子さんはこの問題の解き方について話している。

> 太郎：与えられた解を①に代入すればいいんじゃないかな。
> 花子：それでもいいと思うけど，①は実数係数の 3 次方程式だから共役な複素数 $2-i$ を解にもつことも使えそうだね。

(i)　太郎さんの求め方について考えてみよう。

$(2+i)^2=\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}i$，$(2+i)^3=\boxed{\text{ウ}}+\boxed{\text{エオ}}i$ であるから，3 次方程式①に $x=2+i$ を代入して整理すると

$$\left(\boxed{\text{カ}}a+\boxed{\text{キ}}b-\boxed{\text{ク}}\right)+\left(\boxed{\text{ケ}}a+b+\boxed{\text{コサ}}\right)i=0$$

となる。a，b は実数であるから

$$a=\boxed{\text{シス}},\quad b=\boxed{\text{セソ}}$$

であり，これを①に代入して方程式①を解くと，実数解は $x=\boxed{\text{タ}}$ である。

（次ページに続く。）

(ii) 花子さんの求め方について考えてみよう。

①は実数係数の 3 次方程式であるから，$2+i$ を解にもつとき，$2-i$ も解にもつ。これより，①の左辺は

$$x^2-\boxed{チ}x+\boxed{ツ}$$

を因数にもつ。$x^3+ax^2+bx-10$ を $x^2-\boxed{チ}x+\boxed{ツ}$ で割ると，余りは

$$\left(\boxed{テ}a+b+\boxed{トナ}\right)x-\left(\boxed{ニ}a+\boxed{ヌネ}\right)$$

となる。①の左辺は $x^2-\boxed{チ}x+\boxed{ツ}$ で割り切れることから

$$a=\boxed{シス},\quad b=\boxed{セソ}$$

であり，①の左辺を因数分解して

$$\left(x^2-\boxed{チ}x+\boxed{ツ}\right)\left(x-\boxed{タ}\right)=0$$

となるから，実数解は $x=\boxed{タ}$ である。

(2) 先生は 3 次方程式の解と係数の関係を使って求める解法を説明した。

①は実数係数の 3 次方程式であるから，$2+i$ を解にもつとき，$2-i$ も解にもつ。実数解を p とおくと，解と係数の関係より

$$\begin{cases}(2+i)+(2-i)+p=\boxed{ノ}\\(2+i)(2-i)+(2+i)p+(2-i)p=\boxed{ハ}\\(2+i)(2-i)p=\boxed{ヒ}\end{cases}$$

が成り立つ。これより

$$a=\boxed{シス},\quad b=\boxed{セソ},\quad \text{実数解 } p=\boxed{タ}$$

である。

$\boxed{ノ}$ ～ $\boxed{ヒ}$ の解答群

⓪ a	① $-a$	② b	③ $-b$	④ 10	⑤ -10

数学 B　数列

39★

〈目標解答時間：12 分〉

数列 $\{a_n\}$ は初項 4，公差 −3 の等差数列である。

このとき，a_n の一般項は $a_n=$ $\boxed{\text{アイ}}$ $n+$ $\boxed{\text{ウ}}$ であり

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = \boxed{\text{エオカ}}, \quad \sum_{k=1}^{10} {a_k}^2 = \boxed{\text{キクケコ}}$$

である。

a_1 から a_{10} までの異なる 2 項の和をすべて加えると $\boxed{\text{サシスセ}}$ であり，a_1 から a_{10} までの異なる 2 項の積をすべて加えると $\boxed{\text{ソタチツ}}$ である。

また，数列 $\{b_n\}$，$\{c_n\}$ はともに等差数列であり，一般項は

$$b_n=n-6, \quad c_n=6n-40$$

であるとする。

(1)　$a_n<b_n$ を満たす最小の n は $\boxed{\text{テ}}$ であり，$b_n<c_n$ を満たす最小の n は $\boxed{\text{ト}}$ である。

(2)　$n=1, 2, 3, \cdots$ の各 n に対して a_n，b_n，c_n のうち最大のものを d_n とする。次の A ～ F のうち，数列 $\{d_n\}$ について述べたものとして正しい組合せは $\boxed{\text{ナ}}$ である。

A：$d_1=a_1$ である　　B：$d_3=a_3$ である　　C：$d_4=a_4$ である

D：$d_5=b_5$ である　　E：$d_7=b_7$ である　　F：$d_9=c_9$ である

したがって，$n \geqq 10$ のとき

$$\sum_{k=1}^{n} d_k = \boxed{\text{ニ}}\,n^2 - \boxed{\text{ヌネ}}\,n + \boxed{\text{ノハヒ}}$$

である。

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪ A，B，D，E	① A，B，D，F	② A，C，D，E
③ A，C，E，F	④ B，C，D，E	⑤ B，C，D，F

40★★

〈目標解答時間：12 分〉

数列 $\{a_n\}$ は $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2+5n$ を満たす。また，数列 $\{b_n\}$ は $b_1=8$，$b_{n+1}-b_n=2a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を満たし，数列 $\{c_n\}$ は $c_n=\left(\sqrt{2}\right)^{a_n-2}$ を満たす。

(1)　$a_1=$ ア であり，$a_n=$ イ $n+$ ウ である。

(2)　数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ についての記述として，次の⓪〜⑨のうち，正しいものは エ ， オ ， カ ， キ である。

エ 〜 キ の解答群(解答の順序は問わない。)

⓪　数列 $\{a_n\}$ は等差数列である。
①　数列 $\{a_n\}$ は等比数列である。
②　数列 $\{b_n\}$ は等差数列である。
③　数列 $\{b_n\}$ は等比数列である。
④　数列 $\{c_n\}$ は等差数列である。
⑤　数列 $\{c_n\}$ は等比数列である。
⑥　数列 $\{b_n\}$ の階差数列は等差数列である。
⑦　数列 $\{b_n\}$ の階差数列は等比数列である。
⑧　数列 $\{c_n\}$ の階差数列は等差数列である。
⑨　数列 $\{c_n\}$ の階差数列は等比数列である。

(3)　$b_n=$ ク n^2+ ケ n であり，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k = \frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\,n\left(n+\boxed{シ}\right)\left(n+\boxed{ス}\right)$ である。ただし，シ ＜ ス とする。

(4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} c_k =$ セ$^{\boxed{ソ}}$ $-$ タ である。

ソ の解答群

⓪ $n-2$　　① $n-1$　　② n　　③ $n+1$　　④ $n+2$

数列

数学C　ベクトル

59★

〈目標解答時間：15分〉

a，b を実数とする。平面上に △ABC と点 P があり

$$a\overrightarrow{\mathrm{PA}}+b\overrightarrow{\mathrm{PB}}+\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\vec{0} \qquad \cdots\cdots\cdots①$$

を満たしている。このとき

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{イ}}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{イ}}\neq 0$ とする。

$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 1	① a	② b	③ $a+1$
④ $b+1$	⑤ $a+b$	⑥ $a+b+1$	

直線 AP と直線 BC の交点を Q とする。

(1)　2点 P，Q の位置について調べてみよう。

(i)　$a=1$，$b=2$ とする。

点 Q は直線 AP 上の点であるから，実数 k を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=k\overrightarrow{\mathrm{AP}}$$

と表すことができる。さらに，Q は直線 BC 上にあることから，$k=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。よって

点 Q は辺 BC を $\boxed{\text{カ}}$ し，点 P は線分 AQ を $\boxed{\text{キ}}$ する。

(ii)　$a=-1$，$b=-2$ とする。このとき

点 Q は辺 BC を $\boxed{\text{ク}}$ し，点 P は線分 AQ を $\boxed{\text{ケ}}$ する。

$\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 1:1 に内分	① 1:2 に内分	② 2:1 に内分
③ 1:3 に内分	④ 3:1 に内分	⑤ 1:2 に外分
⑥ 2:1 に外分	⑦ 1:3 に外分	⑧ 3:1 に外分

（次ページに続く。）

太郎さんと花子さんは，2 点 P，Q の位置と三角形の面積比について話している。

太郎：辺の比から三つの三角形 △PBC，△PCA，△PAB の面積比を考えてみよう。

花子：(1)(i)の場合，P は △ABC の内部にあるよね。

太郎：△ABC の面積を S として，△PBC，△PCA，△PAB の面積を，それぞれ S で表すことによって，面積比を求めることができるね。

花子：(1)(ii)の場合，P は △ABC の外部にあるね。

太郎：この場合も同じように考えて，面積比を求めることができるよ。

花子：じゃあ，三角形の面積比から辺の比を求めることはできるのかな。

以下，△PBC，△PCA，△PAB の面積をそれぞれ S_1，S_2，S_3 とする。

(2)　$a=1$，$b=2$ のとき

$$S_1 : S_2 : S_3 = 1 : \boxed{\text{コ}} : \boxed{\text{サ}}$$

である。

また，$a=-1$，$b=-2$ のとき

$$S_1 : S_2 : S_3 = 1 : \boxed{\text{シ}} : \boxed{\text{ス}}$$

である。

(3)　点 P が △ABC の内部にあるとする。

三角形の面積について $S_1 : S_2 : S_3 = 3 : 4 : 5$ であれば

$$\text{BQ} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\text{BC}, \quad \text{AP} = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\text{AQ}$$

である。さらに，①が成り立つならば

$$a = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}, \quad b = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

となる。

ベクトル

解　答

各大問は 20 点満点。

1

解答記号（配点）		正　　解	
$\boxed{\text{ア}}$	(2)	6	
$\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$	(2)	$\dfrac{9}{2}$	
$\boxed{\text{エオ}}$	(2)	-3	
$\dfrac{\boxed{\text{カキ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{ク}}\,b-\boxed{\text{ケ}}}\,i}{\boxed{\text{コ}}}$	(2)	$\dfrac{-3\pm\sqrt{2b-9}\,i}{2}$	
$\boxed{\text{サシ}}$	(2)	18	
$\boxed{\text{ス}}$	(1)	①	
$\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ソ}}$	(1)	①, ② (解答の順序は問わない)	
$\boxed{\text{タチ}}\,x+\boxed{\text{ツテ}}$	(2)	$-3x+10$	
$\boxed{\text{ト}}$, $\boxed{\text{ナ}}$, $\boxed{\text{ニヌ}}$	(2)	3, 3, 14	
$\boxed{\text{ネ}}$	(1)	5	
$\boxed{\text{ノ}}$	(1)	7	
$\boxed{\text{ハヒ}}$	(2)	20	
計		点	

2

解答記号（配点）		正　　解	
$\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}\,i$	(2)	$3+4i$	
$\boxed{\text{ウ}}+\boxed{\text{エオ}}\,i$	(2)	$2+11i$	
$\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$, $\boxed{\text{ケ}}$, $\boxed{\text{コサ}}$	(2)	3, 2, 8, 4, 11	
$\boxed{\text{シス}}$	(2)	-6	
$\boxed{\text{セソ}}$	(2)	13	
$\boxed{\text{タ}}$	(3)	2	
$x^2-\boxed{\text{チ}}\,x+\boxed{\text{ツ}}$	(2)	x^2-4x+5	
$\boxed{\text{テ}}$, $\boxed{\text{トナ}}$, $\boxed{\text{ニ}}$, $\boxed{\text{ヌネ}}$	(2)	4, 11, 5, 30	
$\boxed{\text{ノ}}$	(1)	①	
$\boxed{\text{ハ}}$	(1)	②	
$\boxed{\text{ヒ}}$	(1)	④	
計		点	

3

解答記号（配点）		正　　解	
$\boxed{\text{ア}}$	(1)	1	
$-\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$	(1)	$-\dfrac{1}{2}$	
$x^2-\boxed{\text{エ}}\,x-\boxed{\text{オ}}$	(2)	x^2-2x-2	
$\boxed{\text{カ}}$	(1)	2	
$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$	(1)	$\dfrac{1}{2}$	
$\boxed{\text{ケ}}$	(2)	②	
$\boxed{\text{コ}}$	(2)	⓪	
$\boxed{\text{サシ}}$	(2)	18	
$\boxed{\text{スセソ}}$	(2)	960	
$\boxed{\text{タ}}$	(2)	1	
$\boxed{\text{チツテ}}$	(2)	-10	
$\boxed{\text{トナニ}}$	(2)	780	
計		点	

4

解答記号（配点）		正　　解	
$\boxed{\text{ア}}$	(2)	7	
$\boxed{\text{イ}}$	(2)	③	
$\boxed{\text{ウ}}$	(2)	3	
$\boxed{\text{エ}}$	(3)	5	
$\boxed{\text{オ}}$	(3)	7	
$\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}-\boxed{\text{ク}}$	(4)	$2\sqrt{2}-3$	
$\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}-\boxed{\text{サ}}$	(4)	$4\sqrt{2}-3$	
計		点	

1

〔1〕

①が重解をもつ条件は，判別式を D_1 とすると

（▶Ⅱ−1−(6)）

$$\frac{D_1}{4}=9-(a+3)=0 \quad \text{から} \quad a=\mathbf{6}$$

このとき，①の重解は

$$x=\mathbf{-3}$$

$a=6$ のとき，②は $2x^2+6x+b=0$ であり，②が虚数解をもつ条件は，判別式を D_2 とすると

$$\frac{D_2}{4}=9-2b<0 \quad \text{から} \quad b>\mathbf{\frac{9}{2}}$$

このとき，②の虚数解は

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-2b}}{2}=\frac{\mathbf{-3\pm\sqrt{2b-9}\,i}}{\mathbf{2}}$$ （▶Ⅱ−1−(6)）

$\sqrt{2b-9}=k$ とおくと，α は $\dfrac{-3\pm ki}{2}$ のどちらかであり，複号同順として

$$\left(\frac{-3\pm ki}{2}\right)^3=\frac{1}{8}(-27\pm27ki+9k^2\mp k^3i)$$

$$=\frac{1}{8}\{9(k^2-3)\mp k(k^2-27)i\}$$

よって，α^3 が実数となる条件は

$$k(k^2-27)=0$$ （▶Ⅱ−1−(5)）

であり，$k>0$ から $k=3\sqrt{3}$ である。このとき

$$\sqrt{2b-9}=3\sqrt{3} \text{ から } \quad b=\mathbf{18}$$

〔2〕

(1)　$P(x)$ は3次式であるから，2次式で割ると商は1次式(➊)であり，余りは1次式(➊)または定数(➋)である。

(2)　$P(x)$ を x^2-x-2 で割ったときの商を $Q(x)$，余りを $ax+b$ とおくと

$$P(x)=(x^2-x-2)Q(x)+ax+b$$

と表せる。

$$P(-1)=-a+b$$
$$P(2)=2a+b$$

剰余の定理から，$P(-1)=13$，$P(2)=4$ であるから

$$\begin{cases}-a+b=13\\2a+b=4\end{cases}$$

より

$$a=-3,\ b=10$$

よって，余りは

$$\mathbf{-3x+10}$$

$P(x)$ の x^3 の係数が1のとき，$Q(x)=x+q$ とおける。

$$P(x)=(x^2-x-2)(x+q)-3x+10$$

$P(-2)=0$ であるから

$$P(-2)=4(-2+q)+16=0$$
$$q=-2$$

よって

$$P(x)=(x^2-x-2)(x-2)-3x+10$$
$$=x^3\mathbf{-3}x^2\mathbf{-3}x\mathbf{+14}$$
$$=(x+2)(x^2-5x+7)$$

α，β は $x^2-5x+7=0$ の解であるから，解と係数の関係より

$$\alpha+\beta=\mathbf{5},\ \alpha\beta=\mathbf{7}$$

したがって

$$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$$
$$=5^3-3\cdot7\cdot5$$
$$=125-105$$
$$=\mathbf{20}$$

2

(1)(i)　$(2+i)^2=\mathbf{3+4}i$

$$(2+i)^3=(3+4i)(2+i)=\mathbf{2+11}i$$

3次方程式①に $x=2+i$ を代入すると

$$(2+11i)+a(3+4i)+b(2+i)-10=0$$
$$(\mathbf{3}a\mathbf{+2}b\mathbf{-8})+(\mathbf{4}a+b\mathbf{+11})i=0$$

a，b は実数であるから　（▶Ⅱ−1−(5)）

$$\begin{cases}3a+2b-8=0\\4a+b+11=0\end{cases}$$

これを解いて

$$a=\mathbf{-6},\ b=\mathbf{13}$$

方程式①に代入して

$$x^3-6x^2+13x-10=0$$
$$(x-2)(x^2-4x+5)=0$$

実数解は　$x=\mathbf{2}$

(ii)　$2\pm i$ を解にもつ2次方程式は

$$x^2\mathbf{-4}x\mathbf{+5}=0$$ （▶Ⅱ−1−(6)）

$$\begin{array}{r}
x+(a+4) \\
x^2-4x+5\,\overline{)\,x^3+\quad ax^2+\quad bx-10} \\
\underline{x^3-\quad 4x^2+\quad 5x} \\
(a+4)x^2+(b-5)x-10 \\
\underline{(a+4)x^2-4(a+4)x+5(a+4)} \\
(4a+b+11)x-(5a+30)
\end{array}$$

余りは　$(\mathbf{4}a+b\mathbf{+11})x-(\mathbf{5}a\mathbf{+30})$

①の左辺は x^2-4x+5 で割り切れることから

$$\begin{cases}4a+b+11=0\\5a+30=0\end{cases}$$

これより

$a=-6,\ b=13$

方程式①は

$(x^2-4x+5)(x-2)=0$

と表せるから，実数解は　$x=2$

(2)　3 次方程式の解と係数の関係より　(▶II－1－(8))

$$\begin{cases} (2+i)+(2-i)+p=-a & (❶) \\ (2+i)(2-i)+(2+i)p+(2-i)p=b & (❷) \\ (2+i)(2-i)p=10 & (❹) \end{cases}$$

これを解いて

$a=-6,\ b=13,\ p=2$

3

〔1〕

$f(\mathbf{1})=0,\ f\left(-\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)=0$ であるから，$f(x)$ は $x-1,\ 2x+1$ を因数にもつ。　(▶II－1－(7))

割り算を実行して

$f(x)=(x-1)(2x+1)(x^2-\mathbf{2}x-\mathbf{2})$

$g(x)=0$ が 1 を解にもつとき

$g(1)=1-(2a-1)+a(a-2)+a(a-1)=0$

$2a^2-5a+2=0$

$(a-2)(2a-1)=0$

$a=\mathbf{2},\ \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$

$f(x)=0$ の解は

$x=1,\ -\dfrac{1}{2},\ 1\pm\sqrt{3}$

$a=\dfrac{1}{2}$ のとき

$$\begin{aligned} g(x)&=x^3-\frac{3}{4}x-\frac{1}{4} \\ &=(x-1)\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right) \\ &=(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

$g(x)=0$ の解は

$x=1,\ -\dfrac{1}{2}$

$f(x)=0$ の解であるが，$g(x)=0$ の解でないものは $1\pm\sqrt{3}$ の 2 個。(❷)

$g(x)=0$ の解であるが，$f(x)=0$ の解でないものは 0 個。(⓪)

〔2〕

$(2x+1)^9$ の展開式の一般項は

${}_9\mathrm{C}_k(2x)^k\cdot 1^{9-k}={}_9\mathrm{C}_k2^kx^k$　(▶II－1－(2))

であるから，x^k の係数を a_k とすると

$a_k={}_9\mathrm{C}_k2^k$

であり，x の係数は

$a_1={}_9\mathrm{C}_1 2=9\cdot 2=\mathbf{18}$

ここで

$(2x+1)^9=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots$　……①

また，$(2x+1)^{10}$ の展開式の一般項は

${}_{10}\mathrm{C}_k(2x)^k\cdot 1^{10-k}={}_{10}\mathrm{C}_k2^kx^k$

であるから，x^k の係数を b_k とすると

$b_k={}_{10}\mathrm{C}_k2^k$

であり，x^3 の係数は

$b_3={}_{10}\mathrm{C}_3 2^3=120\cdot 8=\mathbf{960}$

ここで

$(2x+1)^{10}=b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x^3+\cdots$　……②

さらに，$(x^2-y)^{10}(=\{x^2+(-y)\}^{10})$ の展開式の一般項は

${}_{10}\mathrm{C}_k(x^2)^k(-y)^{10-k}={}_{10}\mathrm{C}_k(-1)^{10-k}x^{2k}y^{10-k}$

であるから，$x^{2k}y^{10-k}$ の係数を c_k とすると

$c_k={}_{10}\mathrm{C}_k(-1)^{10-k}$

であり，y^{10} の係数は

$c_0={}_{10}\mathrm{C}_0(-1)^{10}=\mathbf{1}$

x^2y^9 の係数は

$c_1={}_{10}\mathrm{C}_1(-1)^9=\mathbf{-10}$

ここで

$(x^2-y)^{10}=c_0y^{10}+c_1x^2y^9+c_2x^4y^8+\cdots$

よって，$(x^2-2x-1)^{10}$ において，$y=2x+1$ とおくと

$$\begin{aligned} (x^2-2x-1)^{10}&=\{x^2-(2x+1)\}^{10} \\ &=(x^2-y)^{10} \\ &=c_0y^{10}+c_1x^2y^9+\underline{c_2x^4y^8+\cdots} \end{aligned}$$

であり，～～の部分は x の次数が 4 以上である。また

$$\begin{aligned} c_0y^{10}&=c_0(2x+1)^{10} \\ &=c_0(b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x^3+\cdots) \quad (②より) \\ &=c_0b_0+c_0b_1x+c_0b_2x^2+c_0b_3x^3+\cdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_1x^2y^9&=c_1x^2(2x+1)^9 \\ &=c_1x^2(a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots) \quad (①より) \\ &=c_1a_0x^2+c_1a_1x^3+c_1a_2x^4+\cdots \end{aligned}$$

したがって，$(x^2-2x-1)^{10}$ の展開式の x^3 の項は

$$\begin{aligned} c_0b_3x^3+c_1a_1x^3&=(c_0b_3+c_1a_1)x^3 \\ &=(1\cdot 960-10\cdot 18)x^3 \\ &=780x^3 \end{aligned}$$

であり，x^3 の係数は　**780**

(注)　多項定理（数学IIの範囲外）を用いれば，

重要事項総チェック

数　学　Ⅱ

1. いろいろな式

☑ Ⅱ－1－(1)　整式の計算

・3 次式の計算

$$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$$

$$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$$

（以上，複号同順）

☑ Ⅱ－1－(2)　二項定理

・$(a+b)^n={}_n\mathrm{C}_0a^n+{}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b+\cdots$

$$+{}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}ab^{n-1}+{}_n\mathrm{C}_nb^n$$

${}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r$ を一般項という。

・パスカルの三角形

$(a+b)^n$ の展開式の係数を三角形状に並べたもの。

1　1	${}_1\mathrm{C}_0$　${}_1\mathrm{C}_1$
1　2　1	${}_2\mathrm{C}_0$　${}_2\mathrm{C}_1$　${}_2\mathrm{C}_2$
1　3　3　1	${}_3\mathrm{C}_0$　${}_3\mathrm{C}_1$　${}_3\mathrm{C}_2$　${}_3\mathrm{C}_3$
1　4　6　4　1	${}_4\mathrm{C}_0$　${}_4\mathrm{C}_1$　${}_4\mathrm{C}_2$　${}_4\mathrm{C}_3$　${}_4\mathrm{C}_4$
1　5　10　10　5　1	${}_5\mathrm{C}_0$　${}_5\mathrm{C}_1$　${}_5\mathrm{C}_2$　${}_5\mathrm{C}_3$　${}_5\mathrm{C}_4$　${}_5\mathrm{C}_5$
……	……

☑ Ⅱ－1－(3)　整式の除法・分数式

・整式の除法

整式 A を整式 B で割ったときの商を Q，余りを R とすると

$A=BQ+R$（R は 0 または B より低次の整式）

・分数式の計算

$$\frac{A}{C}\pm\frac{B}{C}=\frac{A\pm B}{C}\quad\text{（複号同順）}$$

$$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{AC}{BD}$$

$$\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{AD}{BC}$$

・部分分数分解の例

$$\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$$

$$\frac{1}{x(x+1)(x+2)}=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{x(x+1)}-\frac{1}{(x+1)(x+2)}\right\}$$

☑ Ⅱ－1－(4)　恒等式・不等式

・$ax+b=0$ が x の恒等式である条件は

$a=b=0$

$ax^2+bx+c=0$ が x の恒等式である条件は

$a=b=c=0$

$ax+by=0$ が x，y の恒等式である条件は

$a=b=0$

・重要な不等式

$|a|+|b|\geqq|a+b|\geqq\big||a|-|b|\big|$　（三角不等式）

$\dfrac{a+b}{2}\geqq\sqrt{ab}$　$(a\geqq 0,\ b\geqq 0)$

等号成立は $a=b$ のとき

（相加平均と相乗平均の関係）

$(a^2+b^2)(x^2+y^2)\geqq(ax+by)^2$

（コーシー・シュワルツの不等式）

$a^2+b^2+c^2\geqq bc+ca+ab$

☑ Ⅱ－1－(5)　複素数の計算

・複素数の計算では，i を文字と思って行い，$i^2=-1$ を用いて計算していく（以下で，a，b，c，d は実数とする）。

$\sqrt{-a}=\sqrt{a}\,i$　$(a>0)$

$(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$

$(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$

$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

$\dfrac{a+bi}{c+di}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}i$　$(c+di\neq 0)$

・相等

$a+bi=c+di$　ならば　$a=c$，$b=d$

$a+bi=0$　ならば　$a=b=0$

・共役複素数

$a+bi$ の共役複素数は　$a-bi$

$\alpha=a+bi$ のとき　$\overline{\alpha}=a-bi$

α が実数の条件は　$\overline{\alpha}=\alpha$

α が純虚数の条件は　$\overline{\alpha}=-\alpha\neq 0$

☑ Ⅱ－1－(6)　2 次方程式の解

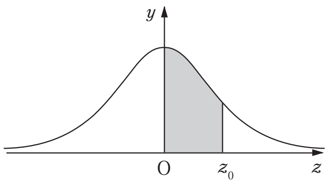
$ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ の 2 解を α，β，$D=b^2-4ac$ とする。この D を判別式という。

常 用 対 数 表

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3744	0.3766	0.3784
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396

正 規 分 布 表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990